

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ – ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
ΣΑΒΒΑΤΟ 3 ΙΟΥΝΙΟΥ 2023

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης  $cf(x)$ , όπου  $c$  πραγματικός αριθμός, ισούται με  $cf'(x)$ .

**Μονάδες 10**

**A2.** Πότε μία συνάρτηση  $f$  λέγεται παραγωγίσιμη στο σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της;

**Μονάδες 5**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α.** Η σχετική συχνότητα  $f_i$  της τιμής  $x_i$  με  $i = 1, 2, \dots, k$  μπορεί να πάρει αρνητικές τιμές.

**β.** Αν  $f, g$  παραγωγίσιμες συναρτήσεις σε ένα διάστημα  $\Delta$ , τότε ισχύει:  $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$ .

**γ.** Αν η καμπύλη συχνοτήτων είναι κανονική ή περίπου κανονική, με μέση τιμή  $\bar{x}$  και τυπική απόκλιση  $s$ , τότε το 68% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα  $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$ .

**δ.**  $(\sqrt{x})' = \frac{2}{\sqrt{x}}, x > 0$

**ε.** Η διάμεσος ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων είναι μέτρο θέσης.

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2x^3 + \alpha x^2 - 12x + 10$ , όπου  $x \in \mathbb{R}$  και  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

**B1.** Να βρείτε την παράγωγο  $f'(x)$ .

**Μονάδες 4**

**B2.** Αν η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της  $f$  στο  $x_0 = 1$  είναι παράλληλη στον άξονα  $x'x$ , να υπολογίσετε το  $\alpha$ .

**Μονάδες 6**

**B3.** Για  $\alpha = 3$ , να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το είδος και την τιμή των ακροτάτων.

**Μονάδες 9**

**B4.** Για  $\alpha = 3$ , να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x-1}$ .

**Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ Γ**

Ρωτήθηκαν οι μαθητές/τριες της Γ' τάξης ενός ΕΠΑΛ πόσες ώρες διέθεσαν στα μέσα κοινωνικής δικτύωσης την προηγούμενη εβδομάδα. Οι απαντήσεις τους ομαδοποιήθηκαν όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Κλάσεις [ , )	Κεντρική τιμή $x_i$	Συχνότητα $\nu_i$	$x_i \nu_i$
[8,12)	10	20	200
[12,16)	14	15	210
[16,20)		$\nu_3$	
[20,24)		5	
	Σύνολο		

Δίνεται ότι ο μέσος χρόνος είναι  $\bar{x} = 14$ .

Γ1. Να δείξετε ότι  $v_3 = 10$ .

**Μονάδες 8**

Γ2. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον προηγούμενο πίνακα και να συμπληρώσετε τα κενά.

**Μονάδες 6**

Γ3. Να υπολογίσετε τη διακύμανση  $s^2$ .

**Μονάδες 6**

Γ4. Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής CV. Είναι το δείγμα ομοιογενές; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = -\frac{1}{x^2}$ , με  $x \neq 0$ .

Δ1. Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία στο πεδίο ορισμού της.

**Μονάδες 7**

Δ2. Να δείξετε ότι για κάθε  $x \in [-4, -1]$  ισχύει:

$$-1 \leq f(x) \leq -\frac{1}{16}$$

**Μονάδες 6**

Δ3. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ( $\varepsilon$ ) της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $M(1, f(1))$ .

**Μονάδες 6**

Δ4. Αν  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $\Gamma(x_3, y_3)$  είναι σημεία της εφαπτομένης ( $\varepsilon$ ) τέτοια ώστε οι τετμημένες τους  $x_1, x_2, x_3$  να έχουν μέση τιμή  $\bar{x} = 4$  και τυπική απόκλιση  $s_x = 2$ , να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής CV των τεταγμένων  $y_1, y_2, y_3$ .

**Μονάδες 6**

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**