

Διαγώνισμα Μαθηματικών Γ λυκείου ΕΠΑΛ

Θέμα Α

A1. Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο σύνολο A και θεωρούμε την πραγματική σταθερά c .

Να αποδείξετε ότι: $(cf(x))' = cf'(x)$ για κάθε $x \in A$ **Μονάδες 7**

A2. Πότε μια μεταβλητή σε μια δειγματοληψία λέγεται :

(i) Ποιοτική **Μονάδες 1**

(ii) Ποσοτική **Μονάδες 1**

(iii) Διακριτή **Μονάδες 2**

(iv) Συνεχής **Μονάδες 2**

A3. Να συμπληρώσετε τα κενά.

(i) Το διάγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των και των μεταβλητών.

(ii) Η σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i με $i = 1, 2, \dots, k$ ισούται με

(iii) Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A είναι στο A , αν για κάθε $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_1) > f(x_2)$.

(iv) Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) > 0$ για κάθε x εσωτερικό του Δ , τότε η f είναι στο Δ .

(v) Ο συντελεστής διεύθυνσης της της γραφικής παράστασης μια συνάρτησης f στο σημείο $M(x_0, f(x_0))$ είναι ..
..... δηλαδή είναι ο ρυθμός της ως προς όταν

Μονάδες 7

A4. Να απαντήσετε με σωστό (Σ) ή (Λ) κάθε μια από τις παρακάτω ερωτήσεις:

(i) Μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 του πεδίου ορισμού της όταν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = x_0$.

(ii) Αν f, g δύο συναρτήσεις τότε ισχύει $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$.

(iii) Έστω μια συνάρτηση με πεδίο ορισμού το A , τότε η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1 \in A$ όταν $f(x) \leq f(x_1)$ για κάθε $x_1 \in A$.

(iv) Οι αθροιστικές συχνότητες N_i εκφράζουν το πλήθος των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες του x_i .

(v) Αν α_i είναι το τόξο ενός κυκλικού τμήματος σε κυκλικό διάγραμμα, τότε ισχύει ότι $\alpha_i = v_i \cdot \frac{360}{v}$, για $i = 1, 2, \dots, \kappa$

Μονάδες 5

Θέμα Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+16} + \alpha}{x-3}, & x \neq 3 \\ \beta - \frac{2}{5}, & x = 3 \end{cases}$

B1. Να δείξετε ότι $\alpha = -5$ και $\beta = 1$ αν ξέρετε ότι η f είναι συνεχής και ότι η γραφική παράστασης της f τέμνει τον άξονα yy' στο $\frac{1}{3}$.

Μονάδες 8

Δίνεται επιπλέον η συνάρτηση $g(x) = \sqrt{1-x^2} - 2$

B2. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της g και η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της g που είναι παράλληλη στο xx'

Μονάδες 4

Μονάδες 7

B3. Να υπολογισθεί το όριο $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g\left(\frac{1}{2} + h\right) - g\left(\frac{1}{2}\right)}{h}$.

Μονάδες 6

Θέμα Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 3(4-x)(x-2)^2$

Γ1. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα. **Μονάδες 7**

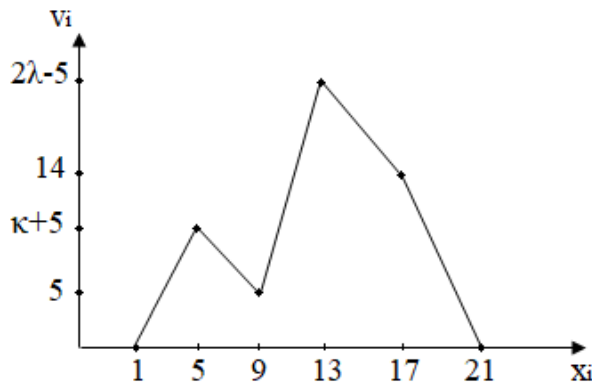
Γ2. Να βρείτε το σημείο της γραφικής παράστασης της f , στο οποίο ο ρυθμός μεταβολής γίνεται μέγιστος. **Μονάδες 7**

Γ3. Να δείξετε ότι: $f\left(-\frac{17}{3}\right) + f\left(\frac{10}{3}\right) > f(2) + f\left(\frac{17}{3}\right)$ **Μονάδες 6**

Γ4. Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού λ , για τις οποίες ισχύει: $\lambda^{2021} \cdot f(2) + \lambda \cdot f(3) + f''(2) = \lambda^3 + 14\lambda^2$ **Μονάδες 5**

Θέμα Δ

Δίνεται το πολύγωνο συχνοτήτων των ομαδοποιημένων παρατηρήσεων μιας μεταβλητής x



Δίνεται επίσης η συνάρτηση $f(x) = \kappa x^2 - 5x + \frac{\lambda}{4}$ η οποία παρουσιάζει στο $\frac{1}{2}$ ακρότατο το 2.

Δ1. Να δείξετε ότι $\kappa = 5$ και $\lambda = 13$ **Μονάδες 6**

Δ2. Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται μεταξύ του πολυγώνου συχνοτήτων και του οριζόντιου άξονα. **Μονάδες 2**

Δ3. Να βρείτε τις κλάσεις και να κατασκευάσετε τον πίνακα των σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων επί τις εκατό. **Μονάδες 10**

Δ4. Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων επί τις εκατό **Μονάδες 2** και να βρεθούν:

i) το πλήθος των παρατηρήσεων με τιμή τουλάχιστον 14.

Μονάδες 3

ii) το ποσοστό των παρατηρήσεων με τιμή το πολύ 11.

Μονάδες 2

ΟΡΟΣΗΜΟ

Ε.Λιάκουρα Θ. Μαλάκης Γ. Καπράλος

ΟΡΟΣΗΜΟ