ΠΙΣΤΟΠΟΙΗΜΕΝΑ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΟΡΟΣΗΜΟ
ΙΑΤΡΙΚΟ - ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ - ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ
Αγίου Κωνσταντίνου 11 – Πειραιάς – 18532 – Τηλ. 210-4224752 4223687

ΛΥΣΕΙΣ ΔΙΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΟΣΗΣ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία σχολικού βιβλίου

Α2. Θεωρία σχολικού βιβλίου

Α3. α) Σωστό β) Λάθος γ) Λάθος δ) Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β1. Έχουμε ότι $\upsilon(t)=\mathrm{x}'(t)=2t^2-8t+6$ επομένως $\upsilon(2)=-2\, {}^{m}\!/_{\sec}$

Ακόμα $\alpha(t)=\upsilon'(t)=4t-8$ και επομένως $\alpha(3)=4\, {}^{m}\!/_{\sec^2}$

Β2. Το σώμα είναι ακίνητο όταν $\upsilon(t)=0 \Leftrightarrow 2t^2-8t+6=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow t=1\sec \ ή \ t=3\sec$

Β3. Κινείται προς την θετική κατεύθυνση όταν
$\upsilon(t)>0 \Leftrightarrow 2t^2-8t+6>0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow t\in(0,1)\cup(3,+\infty)$

Κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση όταν

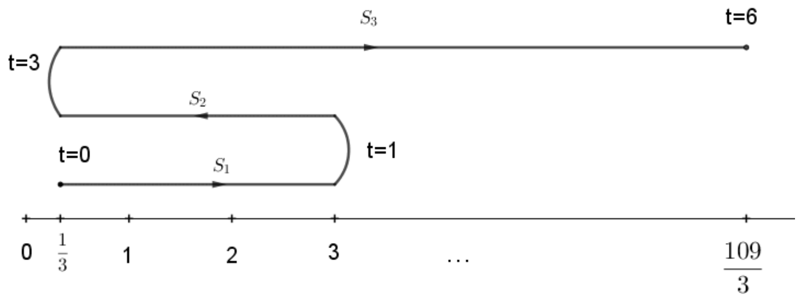
t	0		1		3		$+\infty$
$\upsilon(t)$		+		−		+	

$\upsilon(t)<0 \Leftrightarrow 2t^2-8t+6<0 \Leftrightarrow t\in(1,3)$.

Β4. Έχουμε ότι $\mathrm{x}(0)=\frac{1}{3}$, $\mathrm{x}(1)=3$, $\mathrm{x}(3)=\frac{1}{3}$, $\mathrm{x}(6)=\frac{109}{3}$

Έχουμε $S_1=\left|x(1)-x(0)\right|=\dfrac{8}{3}m$ και $S_2=\left|x(3)-x(1)\right|=\dfrac{8}{3}m$ και

$S_3=\left|x(6)-x(3)\right|=36m$. Άρα $S=S_1+S_2+S_3=\dfrac{8}{3}+\dfrac{8}{3}+36=\dfrac{124}{3}m$.



ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης είναι $f'(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+9}}$.

Ο ρυθμός μεταβολής του συντελεστή διεύθυνσης της εφαπτομένης είναι $f''(x)=\dfrac{9}{\sqrt{x^2+9}\cdot\left(x^2+9\right)}$. Άρα $f''(4)=\dfrac{9}{125}$.

Γ2. Έχουμε ότι $f'(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+9}}$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow\dfrac{x}{\sqrt{x^2+9}}=0\Leftrightarrow x=0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$+$
$f(x)$	$\searrow$	Ο.Ε.	$\nearrow$

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty,0]$ και γνησίως αύξουσα στο $[0,+\infty)$. Η συνάρτηση f παρουσιάζει ολικό ελάχιστο για $x=0$ το $f(0)=3$.

Από τον ορισμό του ελαχίστου έχω $f(\mathrm{x}) \geq f(0) \Leftrightarrow f(\mathrm{x}) \geq 3$.

Γ3. Έχουμε ότι $f''(\mathrm{x}) = \dfrac{9}{\sqrt{\mathrm{x}^2+9}\cdot(\mathrm{x}^2+9)} > 0$ άρα η $f'(\mathrm{x})$ είναι γνησίως αύξουσα. Επομένως $0<\alpha<\beta \overset{f\ \gamma\nu.\alpha\acute{\upsilon}\xi o\upsilon\sigma\alpha\ [0,+\infty)}{\underset{(\Gamma_2)}{\Longleftrightarrow}} f(\alpha)<f(\beta) \overset{f'\ \gamma\nu.\alpha\acute{\upsilon}\xi o\upsilon\sigma\alpha\ [0,+\infty)}{\Longleftrightarrow}$

$$f'(f(\alpha))<f'(f(\beta)) \Leftrightarrow \frac{f(\alpha)}{\sqrt{f^2(\alpha)+9}} < \frac{f(\beta)}{\sqrt{f^2(\beta)+9}}.$$

Γ4. $$\lim_{x\to4}\frac{\sqrt{\mathrm{x}^2+9}-5}{\mathrm{x}^2-4\mathrm{x}} = \lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{\mathrm{x}^2+9}-5\right)\cdot\left(\sqrt{\mathrm{x}^2+9}+5\right)}{\mathrm{x}\cdot(\mathrm{x}-4)\cdot\left(\sqrt{\mathrm{x}^2+9}+5\right)} =$$

$$=\lim_{x\to4}\frac{\mathrm{x}^2-16}{\mathrm{x}\cdot(\mathrm{x}-4)\cdot\left(\sqrt{\mathrm{x}^2+9}+5\right)} = \lim_{x\to4}\frac{(\mathrm{x}-4)\cdot(\mathrm{x}+4)}{\mathrm{x}\cdot(\mathrm{x}-4)\cdot\left(\sqrt{\mathrm{x}^2+9}+5\right)} =$$

$$=\lim_{x\to4}\frac{\mathrm{x}+4}{\mathrm{x}\cdot\left(\sqrt{\mathrm{x}^2+9}+5\right)} = \frac{1}{5}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Ισχύει ότι $f_3 = \dfrac{v_3}{v} \Leftrightarrow 0{,}1 = \dfrac{\frac{\lambda}{4}}{v} \Leftrightarrow 0{,}1 = \dfrac{\lambda}{4v} \Leftrightarrow \lambda = 0{,}4v \ (1)$

Αγίου Κωνσταντίνου 11 – Πειραιάς – 18532 – Τηλ. 210-4224752 4223687

Ακόμα $f_1\% = F_1\% = 4\kappa$ και

$F_4\% = 96\% \Leftrightarrow 4\kappa + 30 + 10 + \lambda + 16 = 96 \Leftrightarrow 4\kappa + \lambda = 40 \ (2)$

Τέλος $N_5 = \nu \Leftrightarrow 10\kappa = \nu \Leftrightarrow \kappa = 0{,}1\nu \ (3)$

$$\underset{(3)}{\overset{(1)}{(2)}} \Rightarrow 4 \cdot 0{,}1\nu + 0{,}4\nu = 40 \Leftrightarrow \nu = 50$$

$(1) \Rightarrow \lambda = 20$ και $(3) \Rightarrow \kappa = 5$

Επομένως ο πίνακας είναι

x_i	ν_i	$f_i\%$	N_i	$F_i\%$
x_1	10	20	10	20
x_2	15	30	25	50
x_3	5	10	30	60
x_4	18	36	48	96
x_5	2	4	50	100
Σύνολο	50	100	-	-

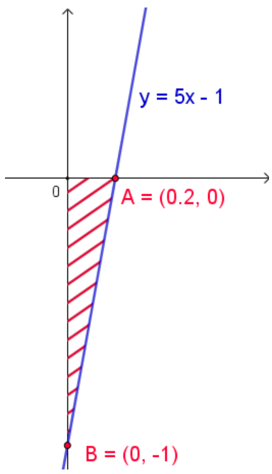
Δ2. Πρέπει $f'(x) = \kappa \Leftrightarrow 2x + 1 = 5 \Leftrightarrow x = 2$. Επομένως $f(2) = 9$ και $f'(2) = 5$.

Η εξίσωση εφαπτομένης της f στο σημείο $A(2, f(2))$ είναι

$y - f(2) = f'(2) \cdot (x - 2) \Leftrightarrow y - 9 = 5 \cdot (x - 2) \Leftrightarrow y = 5x - 1$.

Αγίου Κωνσταντίνου 11 – Πειραιάς – 18532 – Τηλ. 210-4224752 4223687

Δ3. Το σημείο τομής της ευθείας $y=5\mathrm{x}-1$ με τον άξονα $\mathrm{x'x}$ είναι το $\mathrm{A}(\alpha,0)$ όπου $0=5\alpha-1\Leftrightarrow\alpha=\frac{1}{5}$, επομένως $\mathrm{A}\left(\frac{1}{5},0\right)$.



Το σημείο τομής με τον $y'y$ είναι το $\mathrm{B}(0,\beta)$ όπου $\beta=5\cdot 0-1\Leftrightarrow\beta=-1$ άρα $\mathrm{B}(0,-1)$.

Το εμβαδόν του τριγώνου OAB είναι

$$(\mathrm{OAB})=\frac{\mathrm{OA}\cdot\mathrm{OB}}{2}=\frac{1}{10}$$

Δ4. Έχουμε $g'(\mathrm{x})=-6\eta\mu(3\mathrm{x})-3\sigma\upsilon\nu(3\mathrm{x})\Leftrightarrow$

$$g''(\mathrm{x})=-18\sigma\upsilon\nu(3\mathrm{x})+9\eta\mu(3\mathrm{x})\Leftrightarrow$$

$$g''(\mathrm{x})=-9\left(2\sigma\upsilon\nu(3\mathrm{x})-\eta\mu(3\mathrm{x})\right)\Leftrightarrow$$

$$g''(\mathrm{x})=-9g(\mathrm{x})\Leftrightarrow$$

$$g''(\mathrm{x})+9g(\mathrm{x})=0$$

ΟΡΟΣΗΜΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Επιμέλεια: Ευθύμης Κατσίμπρας