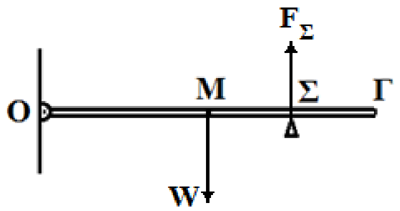
ΛΥΣΕΙΣ

Θέμα 1ο

Α1. β **Α2.** γ **Α3.** α **Α4.** γ **Α5.** Λ Σ Σ Λ Λ

Θέμα 2ο

Β1. Σωστό το β.

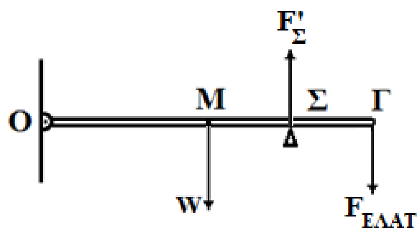


Η ανώτερη θέση της ταλάντωσης του σώματος μάζας m συμπίπτει με τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου επομένως τότε $F_{ΕΛΑΤ}= 0$ και αφού η ράβδος ισορροπεί θα είναι

$\Sigma\tau^{(o)}=0 \Rightarrow W\frac{d}{2}=F_\Sigma\frac{3d}{4} \Rightarrow F_\Sigma=\frac{2W}{3}$ όπου W το (άγνωστο) βάρος της ράβδου. Το πλάτος των ταλαντώσεων που εκτελεί το σώμα είναι η απόσταση της ανώτερης ακραίας θέσης (δηλ. του φυσικού μήκους του ελατηρίου) από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης, επομένως $A=\frac{mg}{k}$.

Όταν το σώμα μάζας m βρίσκεται στο κάτω άκρο της ταλάντωσής, η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι $2A=\frac{2mg}{k}$ επομένως στη ράβδο ασκείται και $F_{ΕΛΑΤ}=k\cdot 2A=2mg$

Από την ισορροπία της ράβδου έχουμε



$$\Sigma\tau^{(o)}=0 \Rightarrow W\frac{d}{2}+F_{ΕΛΑΤ}d=F'_\Sigma\frac{3d}{4} \Rightarrow$$

$$W\frac{d}{2}+2mgd=F'_\Sigma\frac{3d}{4} \Rightarrow F'_\Sigma=\frac{2W}{3}+\frac{8mg}{3}$$

Η διαφορά των μέτρων της μέγιστης και της ελάχιστης δύναμης που δέχεται η ράβδος από το υποστήριγμα, θα είναι :

$$F'_\Sigma-F_\Sigma=\frac{8mg}{3}=\frac{8}{3}kA$$

Β2. Σωστό το β.

Η θερμότητα που παράγεται από το εναλλασσόμενο ρεύμα σε χρόνο μιας περιόδου είναι

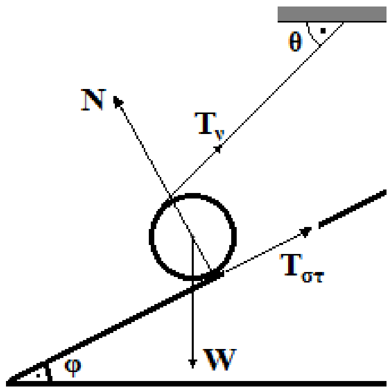
$$Q=I^2R\frac{2T}{3}+(-2I)^2R\frac{T}{3} \Rightarrow Q=I^2R\frac{2T}{3}+4I^2R\frac{T}{3}=\frac{6}{3}I^2RT \Rightarrow Q=2I^2RT$$

Αν I_{EN} η ζητούμενη ενεργός τιμή, θα πρέπει να παράγεται στον ίδιο χρόνο και στον ίδιο αντιστάτη ίσο ποσό θερμότητας : $Q'=I_{EN}^2RT$

$Q=Q' \Rightarrow 2I^2RT=I_{EN}^2RT \Rightarrow I_{EN}^2=2I^2$ επομένως $I_{EN}=I\sqrt{2}$

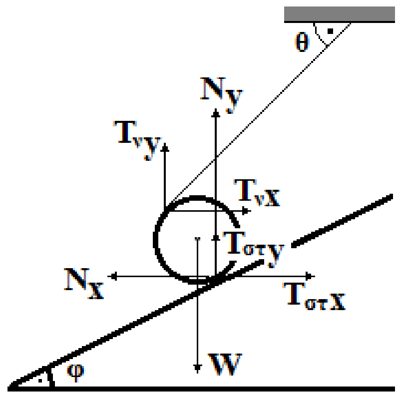
Β3. Σωστό το α.

Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο : Το βάρος του W, η κάθετη αντίδραση N από το πλάγιο επίπεδο, η στατική (οριακή) τριβή $T_{στ}$ και η τάση του νήματος T_v.



Οι μόνες που εμφανίζουν ροπή ως προς το κέντρο του κυλίνδρου είναι οι T_v και $T_{στ}$, επομένως $Στ=0 \Rightarrow T_vR= T_{στ}R \Rightarrow T_v= T_{στ}$ (1).

Αναλύουμε όλες τις δυνάμεις εκτός από το βάρος σε άξονες :



$N_x= Nημφ$ $\quad$ $N_y= Nσυνφ$

$T_{vx}= T_vσυνθ$ $\quad$ $T_{vy}= T_vημθ$

$T_{στx}= T_{στ}συνφ$ $\quad$ $T_{στy}= T_{στ}ημφ$

Συνθήκες ισορροπίας :

$ΣF_x= 0 \Rightarrow T_{στx}+ T_{vx} =N_x \Rightarrow T_{στ}συνφ+ T_vσυνθ= Nημφ$

Οπότε λόγω της (1) : $T_{στ}\frac{\sqrt{3}}{2}+T_{στ}\frac{\sqrt{2}}{2}=N\frac{1}{2} \Rightarrow$

$T_{στ}=\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}N \Rightarrow T_{στ}=(\sqrt{3}-\sqrt{2})N$.

Για τον συντελεστή οριακής τριβής είναι $T_{στ} =μ_{ορ}N$ επομένως $μ_{ορ}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$.

Θέμα 3ο

Γ1. Το βάρος του λαδιού που περιέχεται στο δοχείο είναι $W= mg = ρ_λVg = ρ_λAHg$ όπου V ο όγκος του λαδιού. Μετατρέπουμε όλες τις μονάδες μετρήσεως στο SI :

$A= 10dm^2 = 10\cdot(0.1m)^2 = 10^{-1}m^2$

$ρ_λ=0.85\ g/cm^3 = 0.85\cdot10^{-3}kg/(10^{-2}m)^3 =850\ kg/m^3$

$H= 40cm = 0.4m$ και βρίσκουμε $W= 850 \cdot 10^{-1} \cdot 0.4 \cdot 10\ N= 340\ N$

Γ2. α. Η υδροστατική πίεση στον πυθμένα του δοχείου είναι

$P_{υδρ}= ρ_λgH = 850\frac{kg}{m^3}10\frac{m}{s^2}0.4m = 3400Pa$ επομένως η δύναμη την οποία δέχεται ο πυθμένας λόγω υδροστατικής πίεσης είναι $F_{υδρ}= P_{υδρ}A = 340N$, δηλαδή ίση με το βάρος του λαδιού.

β. Η συνολική πίεση στον πυθμένα του δοχείου είναι $P_{ΟΛ}= P_{υδρ}+ P_{atm}= 103400\ Pa$ επομένως η δύναμη την οποία δέχεται ο πυθμένας από το λάδι είναι $F_{ΟΛ}= P_{ΟΛ}A = 10340\ N$.

Γ3. Εφαρμόζουμε Bernoulli από ελεύθερη επιφάνεια (σημείο Κ) μέχρι την έξοδο του σωλήνα στο έδαφος (σημείο Γ), θεωρώντας ασήμαντη την ταχύτητα με την οποία κατεβαίνει η στάθμη του λαδιού μέσα στο δοχείο :

$$P_{atm} + \rho_\lambda g(H+h) = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho_\lambda \upsilon_\Gamma^2 \Rightarrow \upsilon_\Gamma = \sqrt{2g(H+h)} = 8m/s$$

Ο σωλήνας έχει σταθερή διατομή, επομένως από εξίσωση συνέχειας προκύπτει υ_B= υ_Γ= 8m/s.

Για τον υπολογισμό της πίεσης P_B εφαρμόζουμε Bernoulli από το Β μέχρι την έξοδο του σωλήνα στο έδαφος (σημείο Γ) : $P_B + \frac{1}{2}\rho_\lambda \upsilon_B^2 + \rho_\lambda g h = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho_\lambda \upsilon_\Gamma^2$ και επειδή υ_B= υ_Γ, βρίσκουμε $P_B = P_{atm} - \rho_\lambda g h$ = 76200 Pa.

Γ4. Γιά να εξέρχεται το λάδι από το άκρο Γ του σωλήνα με ταχύτητα υ_Γ= 10m/s θα έπρεπε, με εφαρμογή Bernoulli από ελεύθερη επιφάνεια (σημείο Κ) μέχρι την έξοδο του σωλήνα στο έδαφος (σημείο Γ), $P_{atm} + \rho_\lambda g(H+h') = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho_\lambda \upsilon_\Gamma^2$ επομένως

$$H + h' = \frac{\upsilon_\Gamma^2}{2g} \Rightarrow h' = \frac{\upsilon_\Gamma^2}{2g} - H = 4.6m$$

Θέμα Δ

Δ1. $B_{ΟΛ}^{\Gamma} = B_{ΟΛ}^{\Delta} \Rightarrow B_2^{\Gamma} - B_1^{\Gamma} = B_1^{\Delta} - B_2^{\Delta}$ γιατί οι εντάσεις του συνολικού μαγνητικού πεδίου έχουν φορά προς τον αναγνώστη.

Επομένως $k_\mu \dfrac{2I_2}{\frac{d}{2}} - k_\mu \dfrac{2I_1}{\frac{3d}{2}} = k_\mu \dfrac{2I_1}{\frac{d}{3}} - k_\mu \dfrac{2I_2}{\frac{4d}{3}} \Rightarrow 4I_2 - \frac{4}{3}I_1 = 6I_1 - \frac{3}{2}I_2$

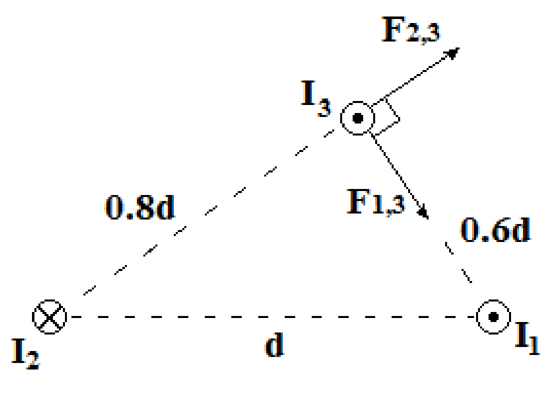
$$\Rightarrow \frac{11}{2}I_2 = \frac{22}{3}I_1 \Rightarrow I_2 = \frac{4}{3}I_1 = 0.4A$$

Δ2. Για το σημείο Ζ έχουμε $B_{ΟΛ}^{Z} = B_1^{Z} - B_2^{Z} = k_\mu \dfrac{2I_1}{3d} - k_\mu \dfrac{2I_2}{4d} \Rightarrow$ $B_{ΟΛ}^{Z} = \dfrac{2k_\mu}{d}(\dfrac{I_1}{3} - \dfrac{I_2}{4}) = 0$

Δ3. $B_{ΟΛ}^{\Gamma} = B_{ΚΥΚ} \Rightarrow B_2^{\Gamma} - B_1^{\Gamma} = B_{ΚΥΚ} \Rightarrow k_\mu \dfrac{2I_2}{\frac{d}{2}} - k_\mu \dfrac{2I_1}{\frac{3d}{2}} = k_\mu \dfrac{2\pi I_{ΚΥΚ}}{d} \Rightarrow 4I_2 - \frac{4}{3}I_1 = 2\pi I_{ΚΥΚ}$

επομένως $\pi I_{ΚΥΚ}$= 0.6A άρα $I_{ΚΥΚ} = \dfrac{0.6}{\pi}A$

Δ4. Με τις αποστάσεις που δίνονται, ο τρίτος αγωγός δεν μπορεί να βρίσκεται στο επίπεδο των άλλων δύο. Στο σχήμα έχουμε τους αγωγούς σχεδιασμένους κάθετα στο επίπεδο της σελίδας, σχηματίζοντας ορθογώνιο τρίγωνο αφού d^2= $(0.8d)^2$ +$(0.6d)^2$.



Ένα τμήμα του τρίτου αγωγού μήκους r= 0.5m θα δέχεται από τον I_2 απωστική δύναμη (αφού οι εντάσεις I_2 και I_3 είναι αντίρροπες) μέτρου

$F_{2,3} = B_2 I_3 r = k_\mu \frac{2I_2}{0.8d} I_3 r = 10^{-7} \frac{0.8}{0.8 \cdot 0.4} 0.8 \cdot 0.5 \text{ N} = 10^{-7} \text{N}$ και από τον αγωγό I_1 ελκτική δύναμη μέτρου $F_{1,3} = B_1 I_3 r = k_\mu \frac{2I_1}{0.6d} I_3 r = 10^{-7} \frac{0.6}{0.6 \cdot 0.4} 0.8 \cdot 0.5 \text{ N} = 10^{-7} \text{N}$.

Το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που δέχεται ένα τμήμα του τρίτου αγωγού μήκους r= 0.5m από τους δύο πρώτους αγωγούς θα υπολογιστεί με Πυθαγόρειο :

$$\Sigma F = \sqrt{{F_{1,3}}^2 + {F_{2,3}}^2} = 10^{-7} \sqrt{2} \text{N}$$

Σπύρος Πλασκοβίτης
Νίκος Γαλαζούλας
Μάνος Τσίτουρας

ΟΡΟΣΗΜΟ ΡΑΦΗΝΑΣ